

차담회(2차) - 수학이야기 [함께 나눈 내용]

※ [주요 참고문헌] 아다치 노리오著(이인호譯), “무한의 끝에 무엇이 있을까”, 2018

게오르크 칸토어(Georg Cantor, 1845~1918)는 현대집합론의 창시자로, 베를린 대학에서 크로네커, 바이어슈트라스, 쿠머 등 당대 최고의 수학자들의 지도를 받아 정수론으로 1967년 박사학위를 취득한다. 그 후 할레(Halle) 대학에 사강사로 임용된 후 1869년 교수자격(Habilitation)을 취득하여 평생을 할레 대학에 재직한다. 그의 초기 연구 주제는 정수론이었지만 하이네(E. Heine)의 권고로 해석학 연구를 시작하면서 (열 방정식을 풀기 위해 도입된) 푸리에 급수의 유일성에 대한 연구 중에 수학적 엄밀성을 확보할 필요를 느꼈고, 이후 순수하게 집합론 연구에 몰두한다.

- $\mathbb{N}_{\text{odd}} \approx \mathbb{N} \approx \mathbb{N}_{\text{even}} \approx \mathbb{Q}$, $\mathbb{N} \not\approx \mathbb{R}$ (소위 ‘대각선 논법’이용), $\mathbb{R}^n \approx \mathbb{R}$ ($\forall n \in \mathbb{N}$),
※ 이후 대각선 논법은 수리논리학이 발달하며 다양한 주요 정리들의 증명에 사용되는 도구로 자리 잡는다.
- 집합 S 에 대하여 $|\wp(S)| = 2^{|S|}$ 이고, 또한 $\aleph_0 := |\mathbb{N}|$ 일 때 $|\mathbb{R}| = |\wp(\mathbb{N})| = 2^{|\mathbb{N}|} = 2^{\aleph_0}$ 이다.
- [연속체 가설] $2^{\aleph_0} = \aleph_1$ 인가? 또는, 조건 $\aleph_0 < |S| < 2^{\aleph_0}$ 을 만족하는 집합 S 가 존재하는가?

무리수를 절단 개념으로 정의한 데데킨트는 칸토어를 지지하였으나, 푸앵카레나 베를린 대학의 수학자들, 특히 크로네커는 칸토어의 결과에 적대적이었다(이에 저항한 칸토어의 학문적 모토: “수학의 본질은 자유에 있다.”)

※ 칸토어의 집합론과 기(서)수론은 오늘날 모든 대학과정의 수학에서 기초수학으로 가르친다.