

제 9 장 흙의 전단강도

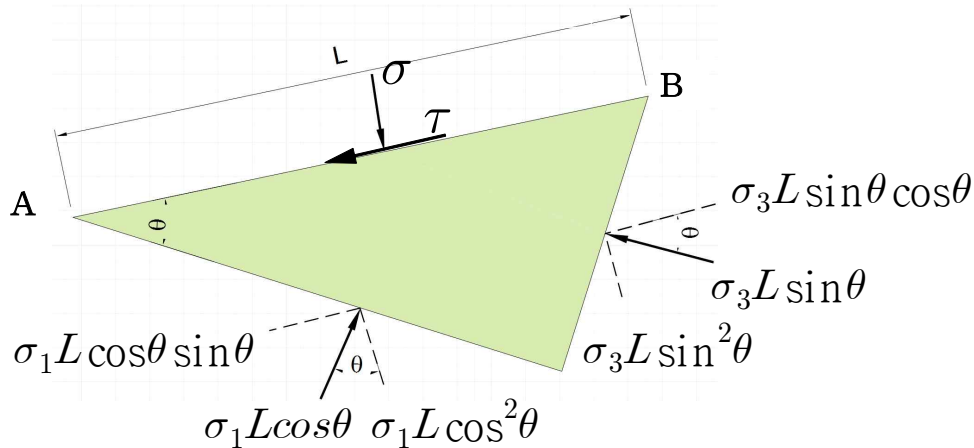
· 지반 재료(Geomaterials)

~흙, 암석, 콘크리트

· 전단강도(Shear Strength)

~흙의 파괴 활동면에서 발휘되는 최대 전단응력

9.2 주응력과 Mohr원



· 주응력(σ_1, σ_3) - 전단응력이 '0'인 면의 수직응력

· Mohr원

※ 기호 규약 - 수직응력 : 압축력 +
전단응력 : 반시계방향 +

① $\Sigma F_x = 0$ (빗면 AB에 평행한 방향)

$$\tau \cdot L = \sigma_1 \cdot L \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta - \sigma_3 \cdot L \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta \quad (1)$$

② $\Sigma F_y = 0$ (빗면 AB에 수직인 방향)

$$\sigma \cdot L = \sigma_1 \cdot L \cdot \cos^2\theta + \sigma_3 \cdot L \cdot \sin^2\theta \quad (2)$$

(1)식에서

$$\begin{aligned} \tau &= (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta \\ &= (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 2\theta \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} cf. \sin(\alpha + \beta) &= \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta \\ \rightarrow \sin 2\theta &= 2 \sin\theta \cos\theta \\ \rightarrow \sin^2\theta &= \frac{(1 - \cos 2\theta)}{2} \end{aligned}$$

(2)식에서

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_1 \cdot \cos^2\theta + \sigma_3 \cdot \sin^2\theta = \sigma_1 \cdot (1 - \sin^2\theta) + \sigma_3 \cdot \sin^2\theta \\ &= \sigma_1 - (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \sin^2\theta = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \left(\frac{1 - \cos 2\theta}{2} \right) \\ &= \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \cos 2\theta \quad (4) \end{aligned}$$

$$(3)^2 \text{식} \Rightarrow \tau^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 \cdot (\sin 2\theta)^2$$

$$(4)^2 \text{식} \Rightarrow \left(\sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 \cdot (\cos 2\theta)^2$$

$$\begin{aligned} (3)^2 \text{식} + (4)^2 \text{식} &\Rightarrow \tau^2 + \left(\sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 \cdot (\sin 2\theta)^2 + \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 \cdot (\cos 2\theta)^2 \\ &= \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 \end{aligned}$$

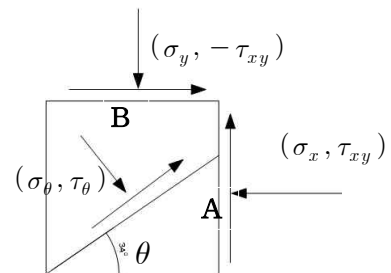
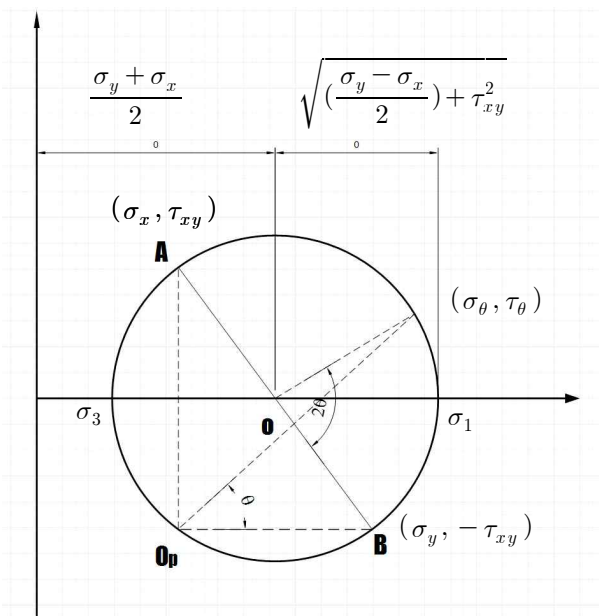
$$\rightarrow \left(\sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 \quad ; \quad \text{주응력 상태에서의 Mohr 원}$$

$$\text{cf. 원의 방정식} : (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$x = \sigma, y = \tau, \quad a = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}, \quad b = 0, \quad r = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

일반적인 응력상태에서의 모아원

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2} \right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2$$



$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2} + \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\tau_\theta = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\theta - \tau_{xy} \cos 2\theta$$

※ 평면기점(Op)

~Mohr원에서 임의면에 작용하는 응력의 크기와 방향을 정하기 위한 기점

선정방법: Mohr원 상에서 응력의 크기와 방향을 알고 있는 점에서 그 응력이 작용하는 면과 평행하게 그었을 때 Mohr원과 만나는 점.

- 최대전단력 과 주응력 방향

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_y - \sigma_x)\sin 2\theta - \tau_{xy}\cos 2\theta$$

$$\frac{d\tau}{d\theta} = (\sigma_y - \sigma_x)\cos 2\theta + 2\tau\sin 2\theta = 0 \rightarrow \tan 2\theta_s = \frac{(\sigma_x - \sigma_y)}{2\tau}$$

$$\tan 2\theta_s = -\frac{1}{\tan 2\theta_p} \rightarrow \sin 2\theta_s \cos 2\theta_p + \cos 2\theta_s \sin 2\theta_p = 0, \cos(2\theta_s - 2\theta_p) = 0$$

$\rightarrow \theta_s = \theta_p \pm 45^\circ$ 여기서 θ_s 는 전단응력이 최대인 면각도

θ_p 는 수직응력이 최대인 면각도

평면변형율에 대한 모아원 적용법

응력	변형율
σ_x	ϵ_x
σ_y	ϵ_y
τ_{xy}	$\gamma_{xy}/2$

$$(\epsilon - \frac{\epsilon_y + \epsilon_x}{2})^2 + (\frac{\gamma}{2})^2 = (\frac{\epsilon_y - \epsilon_x}{2})^2 + (\frac{\gamma_{xy}}{2})^2$$

$$\epsilon_\theta = \frac{\epsilon_y + \epsilon_x}{2} + \frac{\epsilon_y - \epsilon_x}{2}\cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2}\sin 2\theta$$

$$\frac{\gamma_\theta}{2} = \frac{\epsilon_y - \epsilon_x}{2}\sin 2\theta - \frac{\gamma_{xy}}{2}\cos 2\theta$$

예제)

다음과 같은 스트레인 로제트에서 $\epsilon_a = 10, \epsilon_c = 10, \epsilon_b = 20$ 을 측정하였다. 최대주변형율(ϵ_1)은 ?

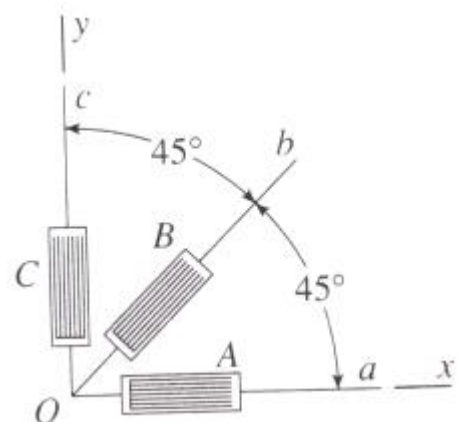
ans)

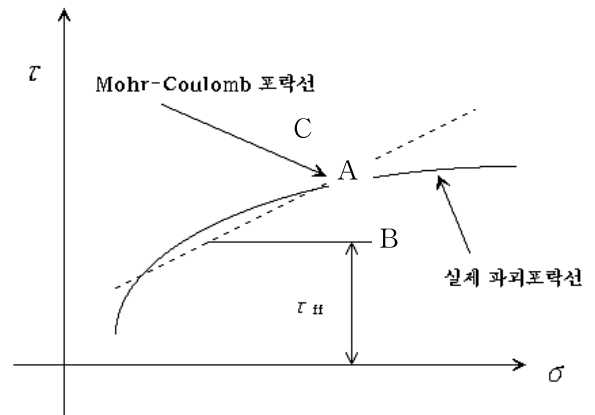
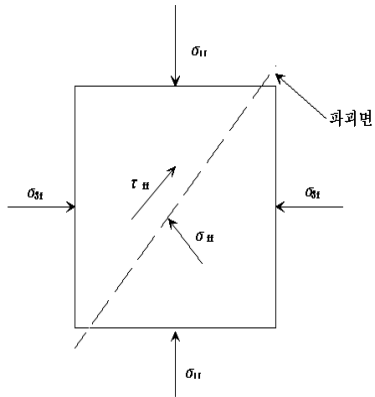
$\epsilon_x = \epsilon_a, \epsilon_y = \epsilon_c$ 이고 for $\theta = 45^\circ$ $\epsilon_\theta = \epsilon_{45} = \epsilon_b$ 이므로, 공식에서

$$\epsilon_\theta (= \epsilon_b) = \frac{\epsilon_c + \epsilon_a}{2} + \frac{\epsilon_c - \epsilon_a}{2}\cos 90 + \frac{\gamma_{xy}}{2}\sin 90 = 10 + 0 + \frac{\gamma_{xy}}{2} = 20$$

$\rightarrow \gamma_{xy} = 20$ (반시계 방향) 따라서

$$\epsilon_1 = \frac{\epsilon_y + \epsilon_x}{2} + \sqrt{(\frac{\epsilon_y - \epsilon_x}{2})^2 + (\frac{\gamma_{xy}}{2})^2} = 10 + \sqrt{10^2} = 20 \text{ (압축)}$$





9.3 Mohr - Coulomb 파괴이론

-Mohr 이론

$$\tau_{ff} = s = f(\sigma_{ff})$$

C점의 응력상태 = 존재 하지 않음.

A점의 응력상태 = 파괴시(소성상태)

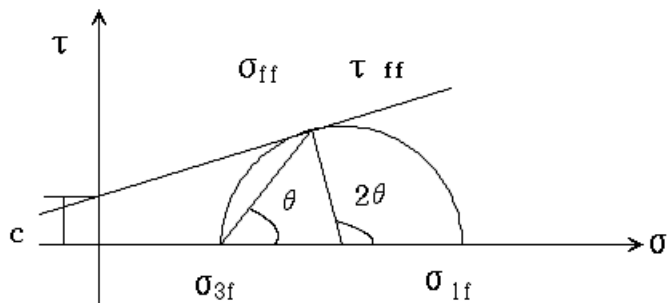
B점의 응력상태 = 파괴가 일어나지 않는 상태(탄성상태).

-Coulomb 이론

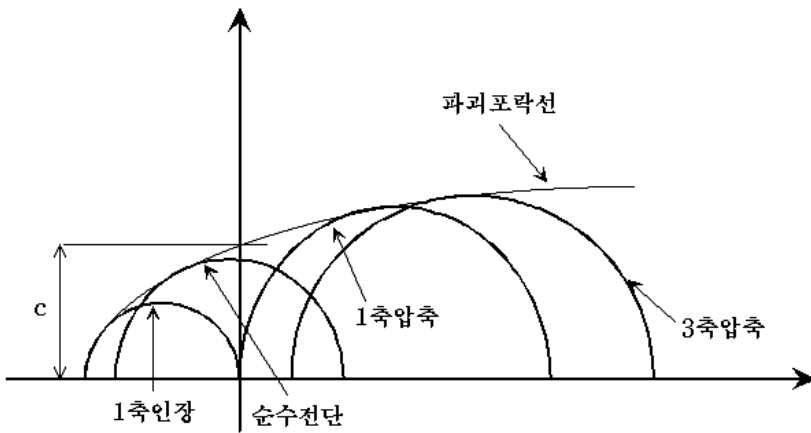
$$\tau_{ff} = c + \sigma \cdot \tan \phi$$

-Mohr-Coulomb 이론

$$\tau_{ff} = s = c + \sigma \cdot \tan \phi$$



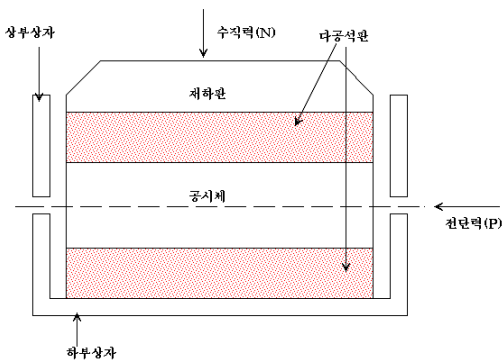
$$\theta_f = \frac{\phi}{2} + 45^\circ$$



9.4 실험실에서의 전단강도의 특성

- ① 직접 전단강도 ② 1축압축 시험 ③ 3축압축 시험

9.4.1 직접 전단강도



$$\tau_{ff} = \frac{P}{A} \quad \sigma_{ff} = \frac{N}{A}$$

1) 장점 : 간단 · 간편

2) 단점 : 배수조절이 힘들고, 파괴면이 고정되었다.

전단응력이 고루 분포되지 않는다.

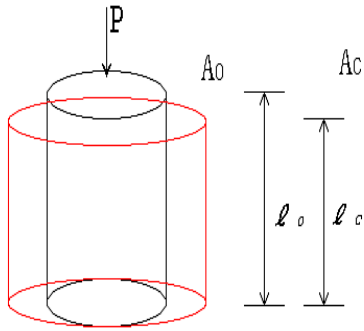
⇒ 주로 사질토 대상 시험 (∵ 배수조절이 쉬우므로)

⇒ $\phi(\text{직접}) > \phi(\text{삼축}) \approx \phi(\text{현장})$ (∵ 파괴면이 고정되므로)

9.4.2 3축압축 시험

⇒압밀 단계 + 전단 단계

시험 종류 UU시험 (비압밀 비배수) - 성토직후
 CU시험 (압밀 비배수) - 성토후 시험(1차 압밀후)
 CD시험 (압밀 배수) - 장시간이 지난후



※ 시료 : 공시체 (직경 : 길이 = 1 :2)

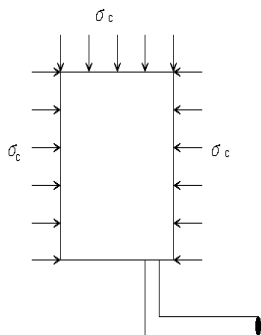
$$\sigma_{ff} = \frac{P}{A_c}$$

$$\frac{V_c}{V_0} = \frac{V_0 - \Delta V}{V_0} = \frac{A_c(l_0 - \Delta l)}{A_0 l_0} \quad \text{여기서 } A_0 \text{는 원단면적, } A_c \text{는 변형후 단면적,}$$

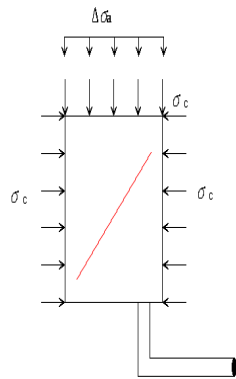
$$A_c = A_0 \cdot \frac{1 - \frac{\Delta V}{V_0}}{1 - \frac{\Delta l}{l_0}} = A_0 \frac{1 - \epsilon_v}{1 - \epsilon_0} \quad \text{여기서 } \epsilon_a \text{는 축변형율, } \epsilon_v \text{는 체적 변형율}$$

1) UU시험 (비압밀 비배수 시험)

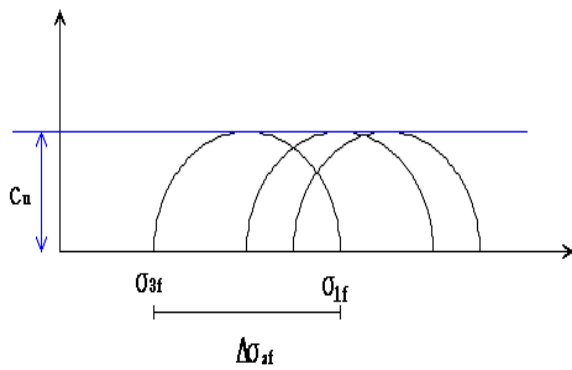
< 압밀단계 >



< 전단단계 > - 배수시 과잉 간극수압이 되지 않도록

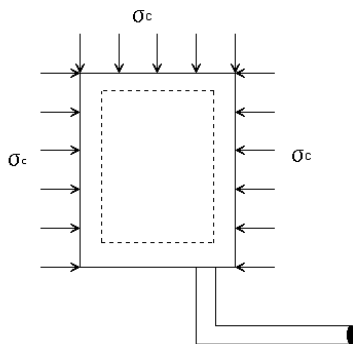


$$\sigma_{3f} = \sigma_c \quad \sigma_{1f} = \sigma_c + \sigma_{af}$$

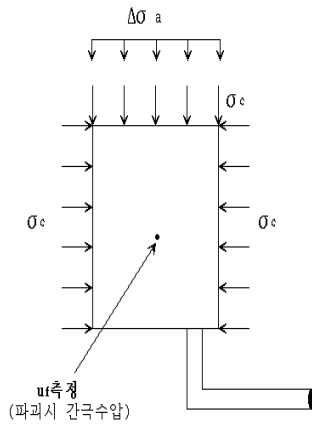


2) 압밀 비배수($CU, \overline{CU}$)

< 압밀단계 >



< 전단단계 >

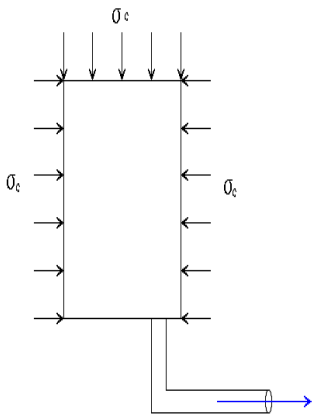


$$\sigma'_{1f} = \sigma_{1f} - u_f$$

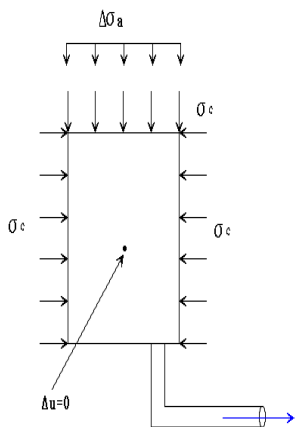
$$\sigma'_{3f} = \sigma_{3f} - u_f$$

3) 압밀 배수 시험(CD시험)

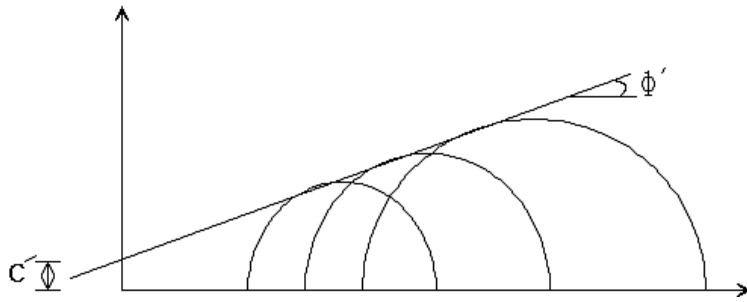
< 압밀단계 >



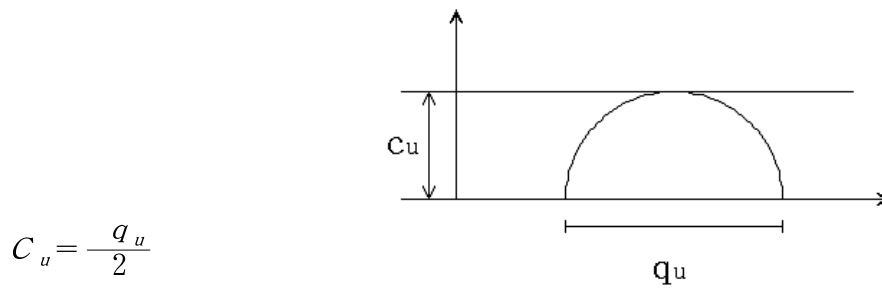
< 전단단계 >



* 시간이 오래 걸린다 (과잉 간극수압을 발생하기 않기 위해) 전응력 = 유효응력



9.4.3 1축 압축시험



- ◆ 예민비 - 교란되지 않은 시료와 교란된 시료의 강도비

$$S_t = \frac{q_u}{q_{ur}}$$

- ◆ quick clay : 예민비가 아주 커서 강도가 떨어지는 흙 (점토)
- ◆ quick sand : 분사현상이 발생하는 모래

◎ 불포화토의 전단강도
by Fredlund

순수직응력: $\sigma - u_a$ 모관흡수력: $u_a - u_w$

$\tau_f = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \tan \phi^b$ 여기서 ϕ' : 내부마찰각, ϕ^b : 흡수마찰각

if $S = 100$ then $u_a \rightarrow u_w$ $\Rightarrow \tau_f = c' + (\sigma - u_w) \tan \phi'$

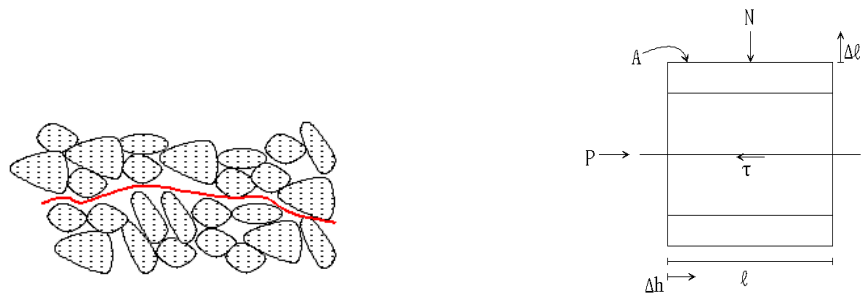
-겉보기 점착력 $\bar{c}$

$$\bar{c} = c' + (u_a - u_w) \tan \phi^b \quad \Rightarrow \quad \tau_f = \bar{c} + (\sigma - u_a) \tan \phi'$$

9.5 점성이 없는 흙의 전단강도

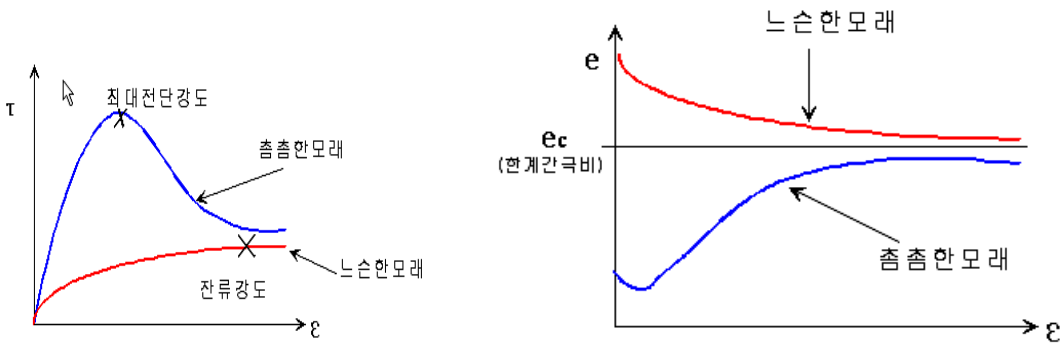
9.5.1 사질토의 전단강도

전단 저항은 마찰저항과 엇물림(interlocking)에 의해 발생



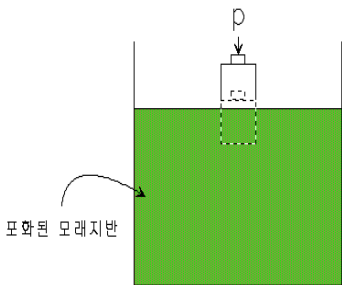
$$\epsilon = \frac{\Delta h}{l} \quad \tau = \frac{P}{A}$$

9.5.2 전단시 흙의 거동



9.5.3 액상화 현상

~ 포화된 모래지반에서 지진과 같이 일시에 충격을 가하면 체적변화가 방지되어 간극수압의 상승(Δu)으로 모래의 전단강도가 상실되는 현상



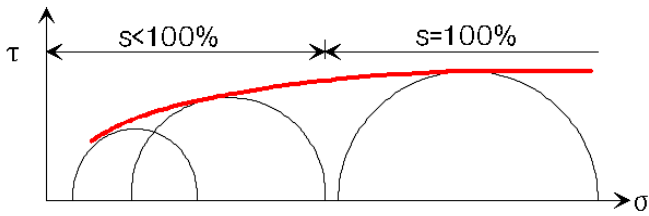
$$\tau_f = s = (\sigma - (u + \Delta u)) \cdot \tan \phi \approx 0 \quad \Rightarrow \quad \text{전단강도}=0(\text{액상화}), \text{ 쉽게 파괴}$$

◎ 일어날 조건

~ 입자가 둥글고, 실트 크기의 입자가 함유된 모래지반에서 많이 발생.

9.6 점성토의 전단강도

9.6.1 UU시험에서의 전단강도



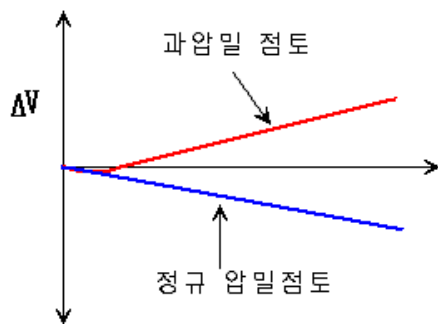
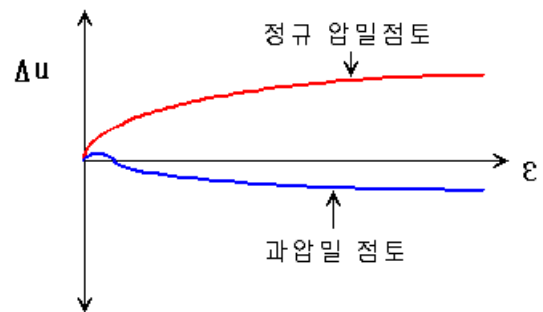
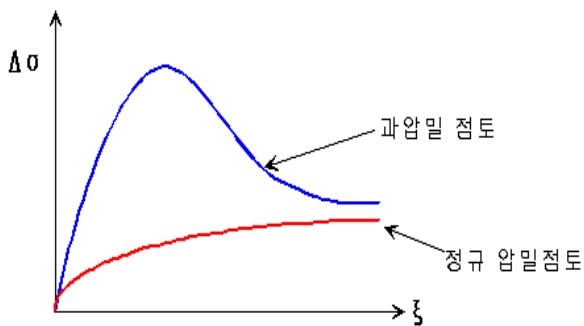
$S < 100\%$ 일 때 흙속의 공기가 구속응력의 크기에 따라 압축되므로 강도는 증가된다.

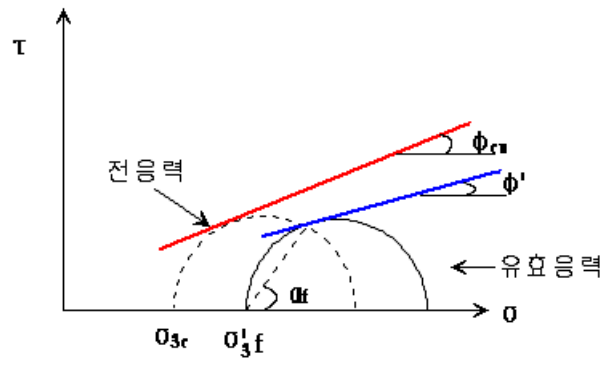
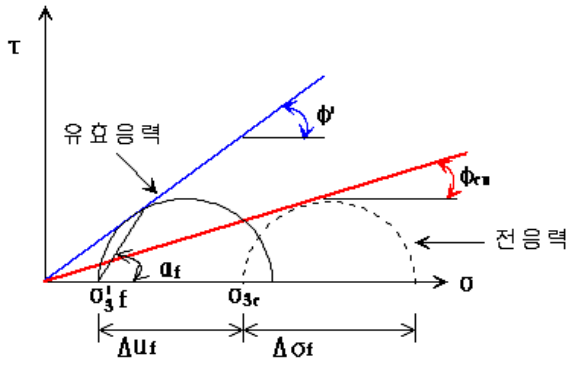
◆ 백 프레서 (back pressure)

- ① 시료를 100% 포화시키기 위하여
- ② 현장의 정수압 조건을 모사하기 위하여

· UU시험의 결과 적용

- $\phi_u = 0$ (비배수조건)
- 시공 직후의 안정 해석시 적용





10.6.
2 CU
시험

에서 얻는 강도정수

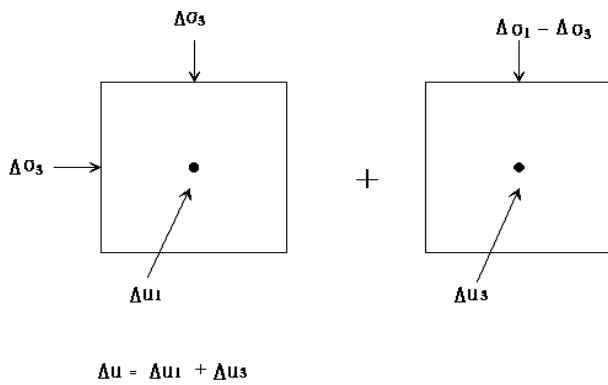
$$\sigma_{1f} = \sigma_c + \Delta\sigma_{af}$$

$$\sigma_{3f} = \sigma_c$$

$$\sigma'_{1f} = \sigma_{1f} - \Delta u_f$$

$$\sigma'_{3f} = \sigma_{3f} - \Delta u_f$$

9.7 간극수압 계수



9.7.1 등방 압축으로 생기는 간극수압

$$\Delta u_1 = B \cdot \Delta \sigma_3$$

• 흙의 전체 체적 변화량(ΔV_v)

$$m_v = \frac{\frac{\Delta V_v}{V_0}}{\Delta \sigma} \Rightarrow \Delta V_v = m_v \cdot V_0 \cdot \Delta \sigma' = m_v \cdot V_0 (\Delta \sigma_3 - \Delta u)$$

• 간극의 체적 변화량 (ΔV_f)

$$m_f = \frac{\Delta V_f}{n V_0} \cdot \frac{1}{\Delta u}$$

IF) 흙이 완전 포화이면 $m_f \rightarrow$ 물의 체적 변형계수

흙이 완전 건조이면 $m_f \rightarrow$ 공기의 체적 변형계수

* 흙이 자체의 압축성이 없으므로

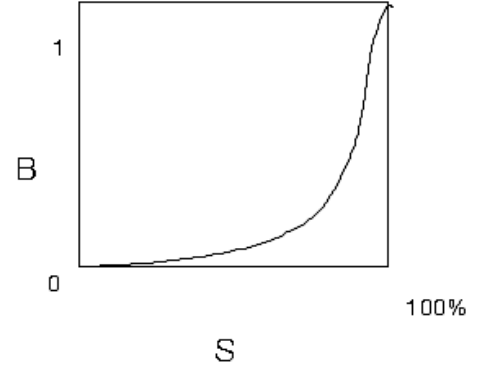
$$\Delta V_v = \Delta V_f$$

$$m_v \cdot V_0 \cdot (\Delta \sigma_3 - \Delta u) = m_f \cdot n \cdot V_0 \cdot \Delta u$$

$$\therefore \Delta u = \frac{m_v}{m_v + n m_f} \cdot \Delta \sigma_3$$

IF) S = 100% 일 때 $m_f \doteq 0 \Rightarrow B = 1$

S = 0% 일 때 $m_f \doteq \infty \Rightarrow B = 0$



9.7.2 1축압축 일 때에 생기는 간극수압

• 흙 전체 체적 변화량

$$\begin{aligned} \Delta V_v &= \text{축방향 체적 변화량} + \text{횡방향 체적 팽창량} \cdot 2 \\ &= m_v \cdot V_0 (\Delta \sigma_1 - \Delta u) + 2 m_e (0 - \Delta u) \cdot V_0 \\ &= m_v \cdot V_0 \cdot (\Delta \sigma_1 - \Delta u) - 2 m_e \cdot V_0 \cdot \Delta u \end{aligned}$$

• 간극 체적의 변화량 (ΔV_f)

$$\Delta V_v = \Delta V_f$$

$$m_v \cdot V_0 \cdot (\Delta \sigma_1 - \Delta u) - 2 m_e \cdot V_0 \cdot \Delta u = m_f \cdot n \cdot V_0 \cdot \Delta u$$

$$\rightarrow \Delta u = \frac{m_v}{m_v + 2 m_e + n m_f} \cdot \Delta \sigma_1$$

9.7.3 3축 압축 때의 간극수압

$$\begin{aligned}\Delta u &= B \cdot \sigma_3 + D \cdot (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \\ &= B \cdot [\Delta \sigma_3 + A \cdot (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)]\end{aligned}$$

IF) 3축 시험의 경우 $S = 100\%$ 일 때 ($B = 1, \Delta \sigma_3 = 0$)

$$A = \frac{\Delta u}{\Delta \sigma_1}$$

9.8 응력 경로

· 전응력 응력경로

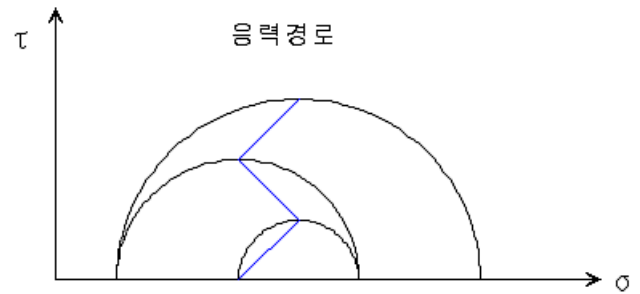
$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

$$q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

· 유효응력 응력경로

$$p' = \frac{1}{2} \cdot [(\sigma_1 - u) + (\sigma_3 - u)] = p - u$$

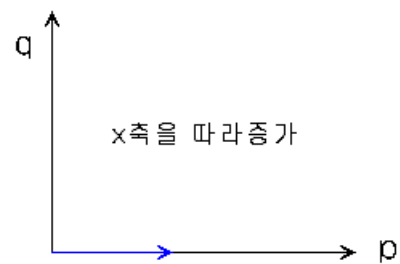
$$q' = \frac{1}{2} \cdot [(\sigma_1 - u) - (\sigma_3 - u)] = q$$



① 등방압축 시험 경우

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

$$q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 0$$



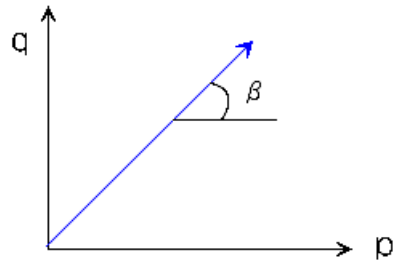
② 압밀 시험 경우

$$\sigma_v = \frac{N}{A}, \quad k_0 = 1 - \sin \phi$$

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{(1 + k_0) \cdot \sigma_v}{2}$$

$$q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{(1 - k_0) \cdot \sigma_v}{2}$$

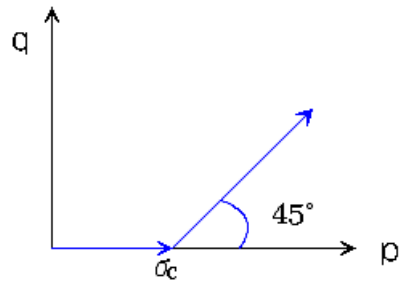
$$\tan \beta = \frac{\Delta q}{\Delta p} = \frac{1 - k_0}{1 + k_0}$$



③ 3축 압축시험

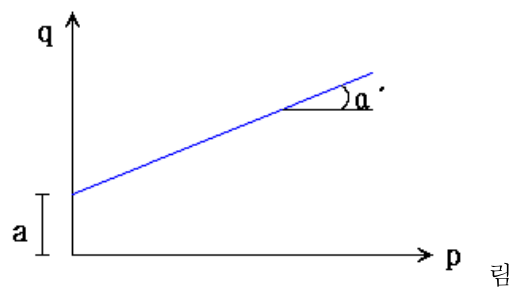
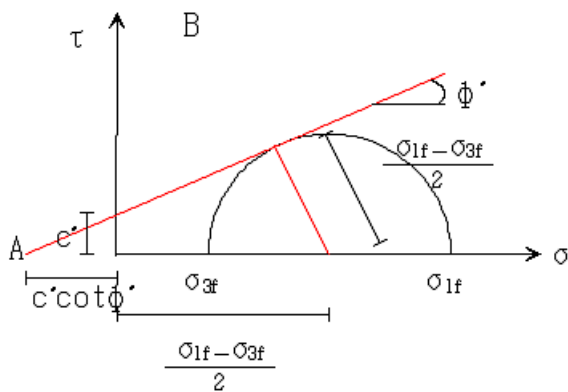
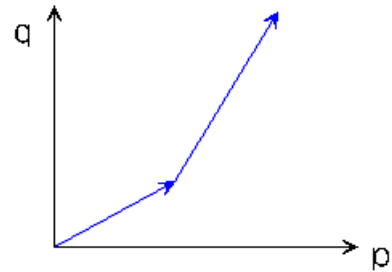
$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{\Delta \sigma_{af}}{2} + \sigma_c$$

$$q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\Delta \sigma_{af}}{2}$$



④ 직접 전단시험 경우

◆ M-C 이론에서....
(c' , ϕ' & a , α' 관계)



그
위에
서
립

$$\sin \phi' = \frac{BO}{AO} = \frac{\frac{\sigma_{1f} - \sigma_{3f}}{2}}{c' \cot \phi' + \frac{\sigma_{1f} + \sigma_{3f}}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{(\sigma_{1f} - \sigma_{3f})}{2} = c \cdot \cos \phi' + \sin \phi \cdot \frac{\sigma_{1f} + \sigma_{3f}}{2} - (1) \text{식}$$

$$q = a' + \tan \alpha' \cdot p$$

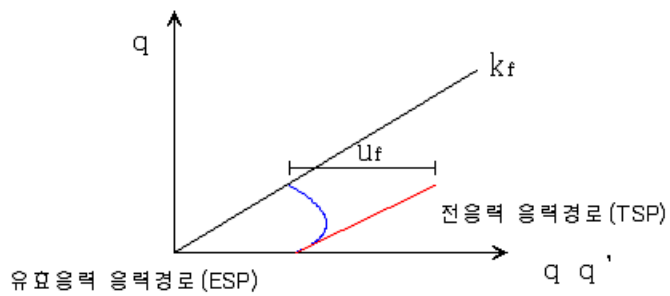
$$\frac{(\sigma_{1f} - \sigma_{3f})}{2} = a' + \tan \alpha' \cdot \frac{\sigma_{1f} + \sigma_{3f}}{2} \quad (2) \text{식}$$

(1)식과 (2)식을 비교하면

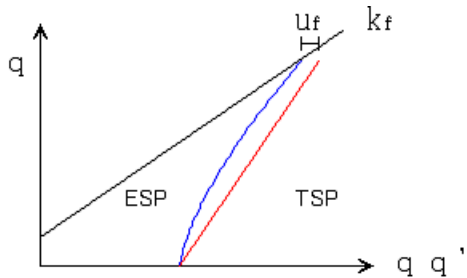
- $a' = c' \cdot \cos \phi'$
- $\tan \alpha' = \sin \phi'$

9.8.1 3축압밀 시험에 대한 응력경로

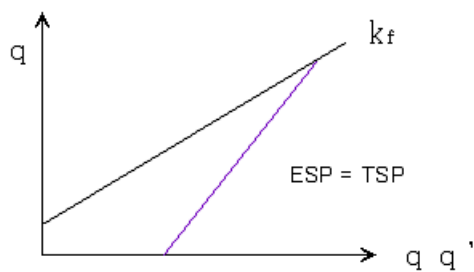
① 정규압밀 점토 경우($c = 0$)



② 과압밀 점토에 대한 CU시험



③ 과압밀 점토에 대한 CD시험



10.9 현장에서의 전단강도의 측정

9.9.1 표준 관입시험

- 1) 교란된 시료채취
- 2) 지반의 상대적 굳기평가

※N치 측정 ~ 63.5kg의 추 해머로 76cm높이에서 자유낙하시켜 sampler가 30cm 관입하는데 걸리는 타격횟수.

◎N치 보정

- 1) 구속압에 대한 보정

$$N_{cor} = C_N \cdot N_f \quad (C_N = \text{보정계수}, N_f = \text{측정치})$$

- 2) 포화된 모래, 실트층에 대한 보정

if) $N > 15$

$$N_{cor} = 15 + \frac{(N_f - 15)}{2}$$

∴ 물의 저항에 의해 과대평가 경향 있음.

- 3) 룯드길이에 대한 보정

$$N_{cor} = N_f \left(1 - \frac{L}{200}\right) \quad (L = \text{룯드길이})$$

∴ 향타에너지 전달손실 때문에(길이가 길수록 에너지가 손실)

◎ 모래지반에 대한 N치와 ϕ 관계

by Peak

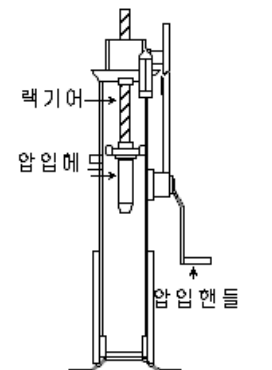
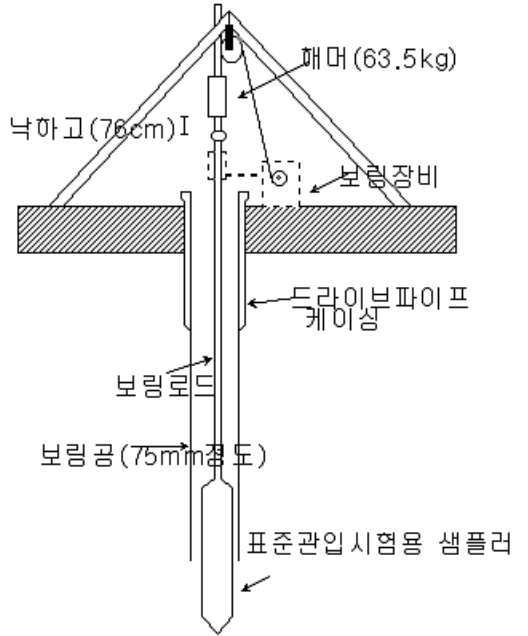
$$\phi = 0.3N + 27$$

9.9.2 콘 관입시험

⇒ 연약지반의 상대적 굳기를 평가하는 시험

$$\text{콘관입저항치} \quad q_c = \frac{Q}{A_c}$$

$$\text{경험식: } s_u (= c_u) = (q_c - \sigma'_{vo}) / N_k$$



9.9.3 베인 전단시험

⇒ 연약지반에서 얇은 지층의 전단강도를 측정하기 위하여 개발된 시험

$$T(\text{측정토크}) = M_1 + M_2$$

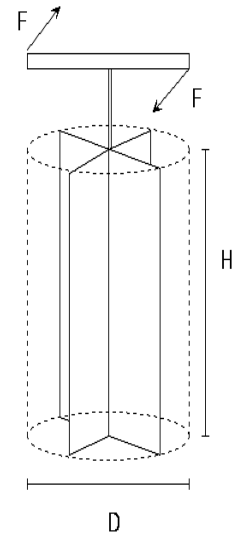
$$M_1(\text{원통면적의 저항모멘트}) = \pi D H \cdot c_{uv} \cdot \frac{D}{2}$$

$$M_2(\text{아래, 위면적의 저항모멘트}) = 2 \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{c_{uv}}{2} \cdot \frac{2D}{3} = \frac{\pi D^3 c_{uv}}{6}$$

$$\rightarrow T = \frac{\pi D^2 H}{2} \cdot c_{uv} + \frac{\pi D^3}{6} \cdot c_{uv}$$

$$\therefore c_{uv} = \frac{T}{\frac{\pi D^2 H}{2} + \frac{\pi D^3}{6}}$$

$$\Rightarrow \text{시험보정식: } s_u = \mu c_{uv}$$



9.10 포장설계에 적용되는 시험

9.10.1 CBR(California Bearing Ratio)

~ 도로 포장시 최적함수비로 다진 흙을 현장의 최악상태로 만들고 관입량을 측정하여 기준값과 비교하는 시험

$$CBR(\%) = \frac{\text{시험단위하중}}{\text{표준단위하중}} \times 100$$

9.10.2 지반반력계수

~ 콘크리트 포장과 같은 강성 포장설계 및 성능을 평가하는 시험

$$k_s = \frac{\sigma}{s} (kg/cm^3) \quad \text{at } s=0.25cm \text{ or } 0.125cm$$

