

4. 정함수(entire function) $f(z)$ 가 모든 복소수 z 에 대하여 부등식

$$|f(z)| \leq |e^z - 1|$$

을 만족시킨다. $f(1)=1$ 일 때, $f'(0)$ 의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

※ 다음 정리는 필요하면 증명 없이 사용할 수 있다.

—<정 리>—

양수 r 에 대하여 영역 $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < |z-a| < r\}$ 에서
함수 $g(z)$ 가 해석적이고 유계이면 $\lim_{z \rightarrow a} g(z)$ 가 존재하고 함수

$$h(z) = \begin{cases} g(z), & 0 < |z-a| < r \\ \lim_{w \rightarrow a} g(w), & z = a \end{cases}$$

는 $z=a$ 에서 해석적이다.

5. 곡면

$$X(u, v) = \left(u \cos v, u \sin v, \frac{1}{u} \right) \quad (u > 0, -\pi < v < \pi)$$

위의 점 $p=(1,0,1)$ 에서 주곡률(principal curvature) k_1, k_2
($k_1 > k_2$)의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. 또한 점 p 에서

단위접벡터(unit tangent vector) $w = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, -1)$ 방향으로의

법곡률(normal curvature)을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

6. 유리수체 \mathbb{Q} 위의 기약다항식(irreducible polynomial) $f(x)$ 의 \mathbb{Q} 위의 분해체(splitting field) K 에 대하여 갈루아 군(Galois group) $G(K/\mathbb{Q})$ 가 아벨군(abelian group)이다.

이때 $G(K/\mathbb{Q})$ 의 위수(order)가 $f(x)$ 의 차수 $\deg(f(x))$ 와 같음을 보이시오. 또 $\deg(f(x))=2018$ 일 때 K 의 모든 부분체(subfield)의 개수를 풀이 과정과 함께 쓰시오. (참고: $2018=2 \times 1009$ 이고 1009 는 소수이다.) [5점]

7. 함수항 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \tan^{-1} \frac{x}{n}$ 가 실수 전체의 집합 \mathbb{R} 에서 점별수렴(pointwise convergence)함을 보이시오. 또 함수

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \tan^{-1} \frac{x}{n}$$
는 균등연속(고른연속, 평등연속, uniformly

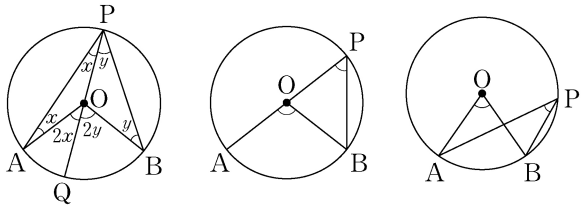
continuous)임을 보이시오. (단, $\tan^{-1} : \mathbb{R} \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 는

탄젠트함수의 역함수이다.) [5점]

8. 다음 <자료 1>은 원주각의 성질을 지도하는 수업 상황의 일부이고, <자료 2>는 원주각의 성질을 활용하는 수업 계획서의 일부이다. <자료 1>과 <자료 2>에 나타난 수업 양상과 이 수업에서 강조되는 수학 교과 역량에 대하여 <작성 방법>에 따라 논술하시오. [10점]

<자료 1>

교 사: [그림 1]에서 원주각과 중심각 사이의 관계를 살펴 보았어요. 일반적으로 원주각과 중심각 사이에는 어떤 관계가 성립하는지 발표해 볼까요?



학생 A: 한 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$ 이라는 관계를 찾을 수 있습니다.

교 사: 자신의 생각을 잘 말해 주었어요. 다른 의견이 있나요?

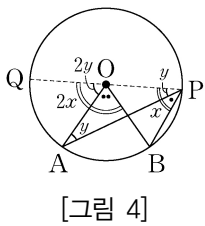
학생 B: 선생님, 한 호에서 여러 개의 원주각을 만들 수 있습니다. [그림 2], [그림 3]의 경우는 [그림 1]과 다르므로 이 관계가 성립하지 않을 것 같습니다. [그림 1]과 같이 중심 O가 $\angle APB$ 의 안쪽에 있을 때에만 원주각의 크기가 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$ 입니다.

학생 A: [그림 2], [그림 3]에서도 $\angle APB$ 는 호 AB에 대한 원주각이므로, 점 P의 위치에 관계없이 성립할 것 같아요.

학생 B: 원주각은 맞지만, 점 P의 위치가 변하기 때문에 각의 크기도 변할 것입니다. 따라서 성립하지 않을 것 같아요.

교 사: 두 학생의 의견이 서로 다르네요. 왜 그렇게 생각했는지 누가 말해 볼까요?

학생 A: 제가 말해 볼게요. [그림 3]의 경우, [그림 4]와 같이 지름 PQ를 그으면 삼각형의 두 내각과 이웃하지 않는 한 외각의 크기에 대한 성질을 이용하여 [그림 1]처럼 원주각과 중심각 사이의 관계를 설명할 수 있어요.



학생 C: 맞아요. [그림 2]의 경우에도 비슷한 방법으로 설명할 수 있어요.

학생 B: 그러네요. 점 P의 위치에 관계없이 모든 경우에 성립한다는 것을 알게 되었어요. 이것을 간단히 $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$ 라고 표현해도 좋을 것 같아요.

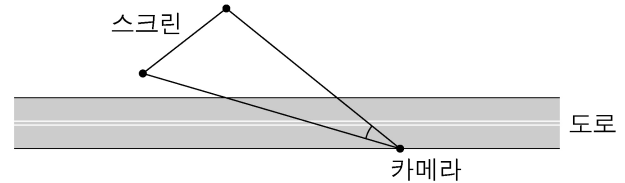
...(중략)...

교 사: 지금까지 여러분들의 토론을 종합하면, '한 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같고, 그 크기는 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$ 이다'라고 합의할 수 있습니다.

<자료 2>

○ 도입: 교사는 선수 학습 내용을 확인하고, 실세계 현상을 기초로 하는 비수학적 문제 상황을 제시한다. 학생은 제시된 문제가 현실과 결부되어 있음을 이해하고 탐색한다.

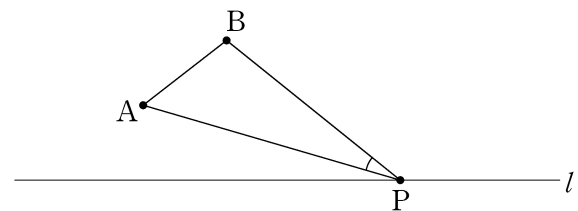
문제 그림과 같이 도로 한쪽 편에 스크린이 설치되어 있다. 스크린이 있는 반대편에서 도로를 따라 이동하면서 스크린을 촬영하려고 한다. 스크린 좌우 양 끝점과 카메라가 이루는 각의 크기가 최대가 되는 카메라의 위치를 결정하시오.



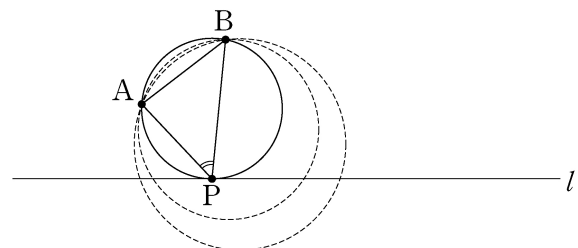
○ 전개

• 1단계: 주어진 실세계 문제에서 수학적 측면을 알아내고 규칙성을 발견하도록 한다.

• 2단계: 현실과 결부된 문제 상황을 다음과 같이 변환한다. 선분 AB와 직선 l이 주어져 있다. 점 P가 직선 l 위를 움직일 때, $\angle APB$ 의 크기가 최대가 되는 점 P의 위치는?



• 3단계: 문제를 다음과 같이 수학적으로 해결한다. 두 점 A, B를 지나는 다양한 크기의 원을 작도하고, 호 AB에 대한 원주각의 크기를 이용하여 문제를 해결한다.



...(하략)...

<작성 방법>

- 서론, 본론, 결론의 형식을 갖출 것.
- 서론 부분에는 사회적 구성주의와 급진적 구성주의의 차이점, 현실주의적 수학교육에서 수학화의 의미를 각각 제시할 것.
- 본론 부분에는 다음을 포함할 것.
 - 첫째, <자료 1>의 수업 상황을 사회적 구성주의 이론의 '객관화된 수학 지식을 얻기까지 거쳐야 할 과정'의 관점에서 분석한 내용.
 - 둘째, <자료 2>의 수업 계획서를 현실주의적 수학교육 이론의 '수학화 과정'의 관점에서 분석한 내용.
- 결론 부분에는 <자료 1>에서 의사소통 역량, <자료 2>에서 문제 해결 역량이 각각 강조되는 이유를 2015 개정 교육 과정에 따른 수학과 교육과정의 '교수·학습 방법' 중 문제 해결 능력, 의사소통 능력 함양을 위해 제시한 사항에 근거하여 각각 설명할 것.

<수고하셨습니다.>