

제 9 장 흙의 전단강도

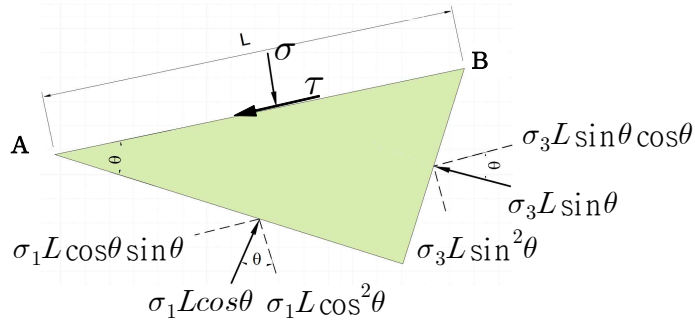
· 지반 재료(Geomaterials)

~흙, 암석, 콘크리트

· 전단강도(Shear Strength)

~흙의 파괴 활동면에서 발휘되는 최대 전단응력

9.2 주응력과 Mohr 원



· 주응력(σ_1, σ_3) - 전단응력이 '0'인 면의 수직응력

· Mohr 원

※ 기호 규약 - 수직응력 : 압축력 +
전단응력 : 반시계방향 +

① $\Sigma F_x = 0$ (빗면 AB에 평행한 방향)

$$\tau \cdot L = \sigma_1 \cdot L \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta - \sigma_3 \cdot L \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \quad (1)$$

② $\Sigma F_y = 0$ (빗면 AB에 수직인 방향)

$$\sigma \cdot L = \sigma_1 \cdot L \cdot \cos^2 \theta + \sigma_3 \cdot L \cdot \sin^2 \theta \quad (2)$$

(1)식에서

$$\begin{aligned} \tau &= (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta \\ &= (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 2\theta \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} cf. \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \rightarrow \sin 2\theta &= 2 \sin \theta \cos \theta \\ \rightarrow \sin^2 \theta &= \frac{(1 - \cos 2\theta)}{2} \end{aligned}$$

(2)식에서

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_1 \cdot \cos^2 \theta + \sigma_3 \cdot \sin^2 \theta = \sigma_1 \cdot (1 - \sin^2 \theta) + \sigma_3 \cdot \sin^2 \theta \\ &= \sigma_1 - (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \sin^2 \theta = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot (1 - \cos 2\theta) \\ &= \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \cos 2\theta \quad (4) \end{aligned}$$

$$(3)^2 \Rightarrow \tau^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 \cdot (\sin 2\theta)^2$$

$$(4)^2 \Rightarrow \left(\sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 \cdot (\cos 2\theta)^2$$

$$\begin{aligned} (3)^2 \text{식} + (4)^2 \text{식} &\Rightarrow \tau^2 + \left(\sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 \cdot (\sin 2\theta)^2 + \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 \cdot (\cos 2\theta)^2 \\ &= \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 \end{aligned}$$

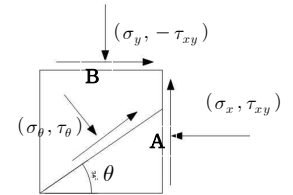
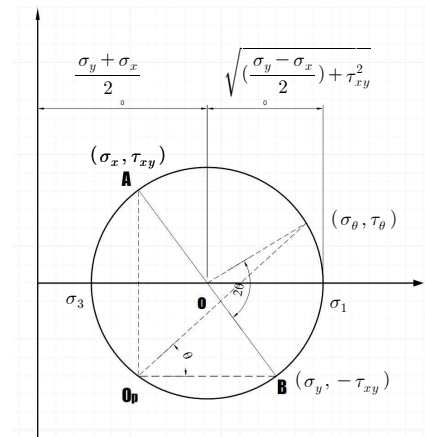
$$\rightarrow \left(\sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^2 + r^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 \quad ; \quad \text{주응력 상태에서의 Mohr 원}$$

cf. 원의 방정식 : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

$$x = \sigma, y = \tau, \quad a = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}, \quad b = 0, \quad r = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

일반적인 응력상태에서의 모아원

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2} \right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2$$



$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2} + \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\tau_\theta = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\theta - \tau_{xy} \cos 2\theta$$

※ 평면기점(Op)

~Mohr원에서 임의면에 작용하는 응력의 크기와 방향을 정하기 위한 기점
 선정방법: Mohr원 상에서 응력의 크기와 방향을 알고 있는 점에서 그 응력이 작용하는 면과 평행하게 그었을 때 Mohr원과 만나는 점.

- 최대전단력 과 주응력 방향

$$\frac{d\tau}{d\theta}=(\sigma_y-\sigma_x)\cos2\theta+2\tau\sin2\theta=0 \rightarrow \tan2\theta_s=\frac{(\sigma_x-\sigma_y)}{2\tau}$$

$$\tan2\theta_s=-\frac{1}{\tan2\theta_p} \rightarrow \sin2\theta_s\cos2\theta_p+\cos2\theta_s\cos2\theta_p=0, \cos(2\theta_s-2\theta_p)=0$$

$$\rightarrow \theta_s=\theta_p\pm45$$

평면변형율에 대한 모아원 적용법

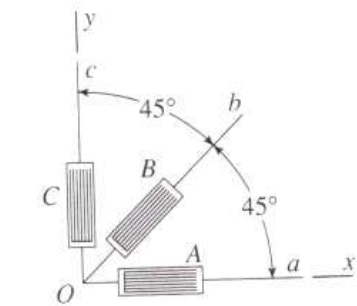
응력	변형율
σ_x	ϵ_x
σ_y	ϵ_y
τ_{xy}	$\gamma_{xy}/2$

$$(\epsilon-\frac{\epsilon_y+\epsilon_x}{2})^2+(\frac{\gamma}{2})^2=(\frac{\epsilon_y-\epsilon_x}{2})^2+(\frac{\gamma_{xy}}{2})^2$$

$$\epsilon_{\theta}=\frac{\epsilon_y+\epsilon_x}{2}+\frac{\epsilon_y-\epsilon_x}{2}\cos2\theta+\frac{\gamma_{xy}}{2}\sin2\theta$$

$$\frac{\gamma_{\theta}}{2}=\frac{\epsilon_y-\epsilon_x}{2}\sin2\theta-\frac{\gamma_{xy}}{2}\cos2\theta$$

예 제)



다음과 같은 스트레인 로제트에서 $\epsilon_a=10, \epsilon_c=10, \epsilon_b=20$ 을 측정하였다. 최대주변형율(ϵ_1)은 ?

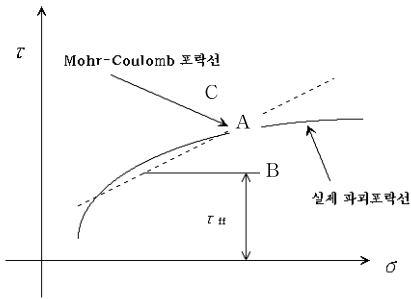
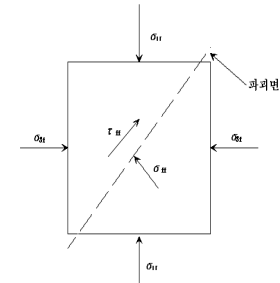
ans)

$$\rightarrow \epsilon_x=\epsilon_a, \epsilon_y=\epsilon_c \text{ 이고 } \text{for } \theta=45^\circ \quad \epsilon_{\theta}=\epsilon_{45}=\epsilon_b \text{ 이므로}$$

$$\epsilon_{\theta}=\epsilon_b=\frac{\epsilon_c+\epsilon_a}{2}+\frac{\epsilon_c-\epsilon_a}{2}\cos90+\frac{\gamma_{xy}}{2}\sin90=10+0+\frac{\gamma_{xy}}{2}=20$$

$$\rightarrow \gamma_{xy}=20 \text{ (반시계 방향) 따라서}$$

$$\epsilon_1=\frac{\epsilon_y+\epsilon_x}{2}+\sqrt{(\frac{\epsilon_y-\epsilon_x}{2})^2+(\frac{\gamma_{xy}}{2})^2}=10+\sqrt{10^2}=20 \text{ (압축)}$$



9.3 Mohr - Coulmb 파괴이론

-Mohr 이론

$$\tau_{ff}=s=f(\sigma_{ff})$$

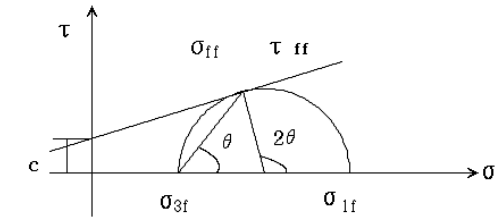
C점의 응력상태 = 존재 하지 않음.
 A점의 응력상태 = 파괴시(소성상태)
 B점의 응력상태 = 파괴가 일어나지 않는 상태(탄성상태).

-Coulomb 이론

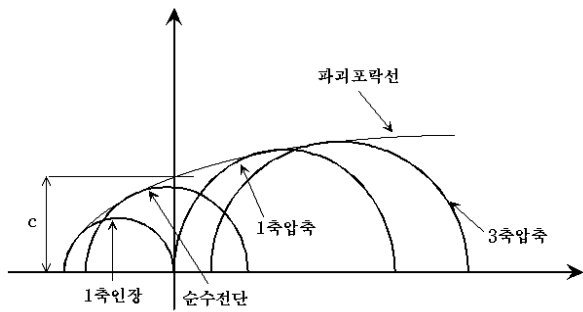
$$\tau_{ff}=c+\sigma \cdot \tan \phi$$

-Mohr-Coulomb 이론

$$\tau_{ff}=s=c+\sigma \cdot \tan \phi$$



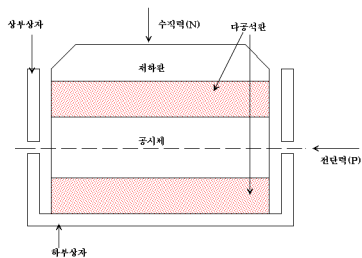
$$\theta_f=\frac{\phi}{2}+45^\circ$$



9.4 실험실에서의 전단강도의 특성

- ① 직접 전단강도 ② 1축압축 시험 ③ 3축압축 시험

9.4.1 직접 전단강도



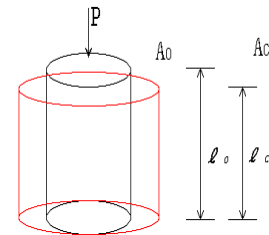
$$\tau_{\text{직}} = \frac{P}{A} \quad \sigma_{\text{직}} = \frac{N}{A}$$

- 장점 : 간단 · 간편
- 단점 : 배수조절이 힘들고, 파괴면이 고정되었다.
전단응력이 고루 분포되지 않는다.
⇒ 주로 사질토 대상 시험 (∵ 배수조절이 쉬우므로)
⇒ ϕ (직접) > ϕ (삼축) > ϕ (현장) (∵ 파괴면이 고정되므로)

9.4.2 3축압축 시험

⇒ 압밀 단계 + 전단 단계

- 시험 종류 UU시험 (비압밀 비배수) - 성토직후
CU시험 (압밀 비배수) - 성토후 시험(1차 압밀후)
CD시험 (압밀 배수) - 장시간이 지난후



※ 시료 : 공시체 (직경 : 길이 = 1 : 2)

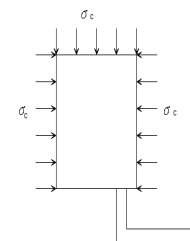
$$\sigma_{\text{직}} = \frac{P}{A_c}$$

$$\frac{V_0 - V_c}{V_0} = \frac{A_c \cdot (l_0 - \Delta l)}{A_0 \cdot l_0}$$

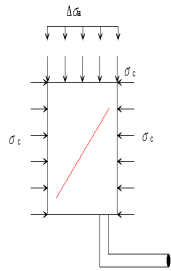
$$A_c = A_0 \cdot \frac{1 - \frac{\Delta V}{V_0}}{1 - \frac{\Delta l}{l_0}} = A_0 \cdot \frac{1 - \varepsilon_v}{1 - \varepsilon_0}$$

- 1) UU시험 (비압밀 비배수 시험)

< 압밀단계 >

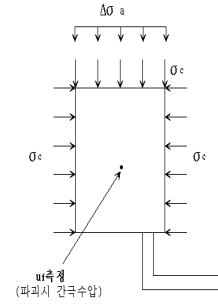


< 전단단계 > - 배수시 과잉 간극수압이 되지 않도록



$$\sigma_{3f} = \sigma_c \quad \sigma_{1f} = \sigma_c + \sigma_{af}$$

< 전단단계 >

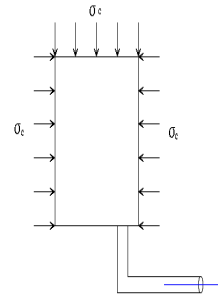


$$\sigma'_{1f} = \sigma_{1f} - u_f$$

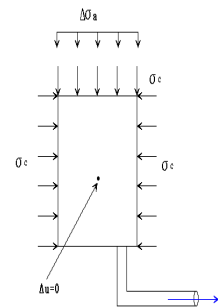
$$\sigma'_{3f} = \sigma_{3f} - u_f$$

3) 압밀 배수 시험(CD시험)

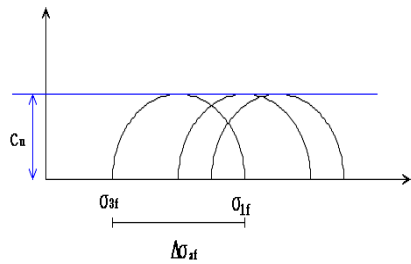
< 압밀단계 >



< 전단단계 >

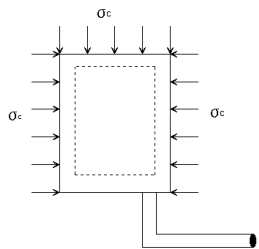


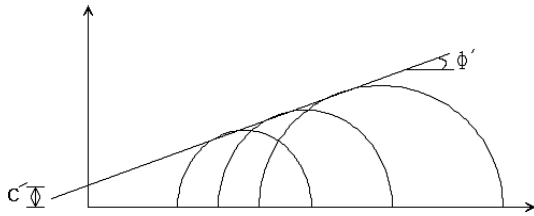
* 시간이 오래 걸린다 (과잉 간극수압을 발생하기 않기 위해) 전응력 = 유효응력



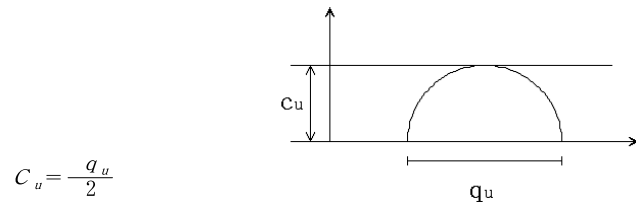
2) 압밀 비배수(CU, CU)

< 압밀단계 >





9.4.3 1축 압축시험



◆ 예민비 - 교란되지 않은 시료와 교란된 시료의 강도비

$$S_t = \frac{q_u}{q_{ur}}$$

- ◆ quick clay : 예민비가 아주 커서 강도가 떨어지는 흙 (점토)
- ◆ quick sand : 분사현상이 발생하는 모래

◎ 불포화토의 전단강도
by Fredlund

순수적응력: $\sigma - u_a$ 모관흡수력: $u_a - u_w$

$$\tau_f = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \tan \phi^b \quad \text{여기서 } \phi' : \text{내부 마찰각}, \phi^b : \text{흡수마찰각}$$

$$\text{if } S=100 \text{ then } u_a \rightarrow u_w \Rightarrow \tau_f = c' + (\sigma - u_w) \tan \phi'$$

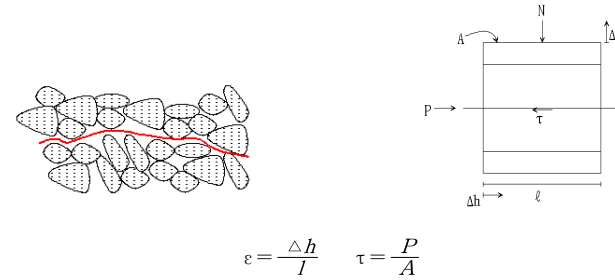
-겉보기 점착력 $\bar{c}$

$$\bar{c} = c' + (u_a - u_w) \tan \phi^b \Rightarrow \tau_f = \bar{c} + (\sigma - u_a) \tan \phi'$$

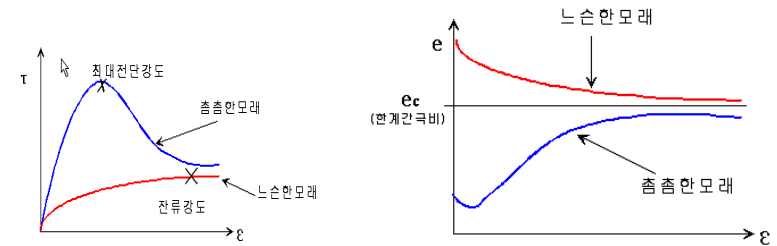
9.5 점성이 없는 흙의 전단강도

9.5.1 사질토의 전단강도

전단 저항은 마찰저항과 엇물림(interlocking)에 의해 발생

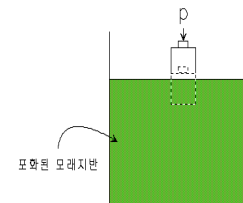


9.5.2 전단시 흙의 거동



9.5.3 액상화 현상

~ 포화된 모래지반에서 지진과 같이 일시에 충격을 가하면 체적변화가 방지되어 간극수압의 상승(Δu)으로 모래의 전단강도가 상실되는 현상



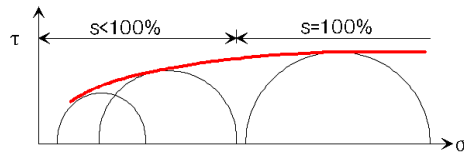
$$\tau_f = s = (\sigma - (u + \Delta u)) \cdot \tan \phi \approx 0 \Rightarrow \text{전단강도}=0(\text{액상화}), \text{ 쉽게 파괴}$$

◎ 일어날 조건

~ 입자가 둥글고, 실트 크기의 입자가 함유된 모래지반에서 많이 발생.

9.6 점성토의 전단강도

9.6.1 UU시험에서의 전단강도



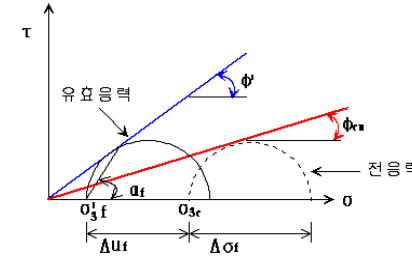
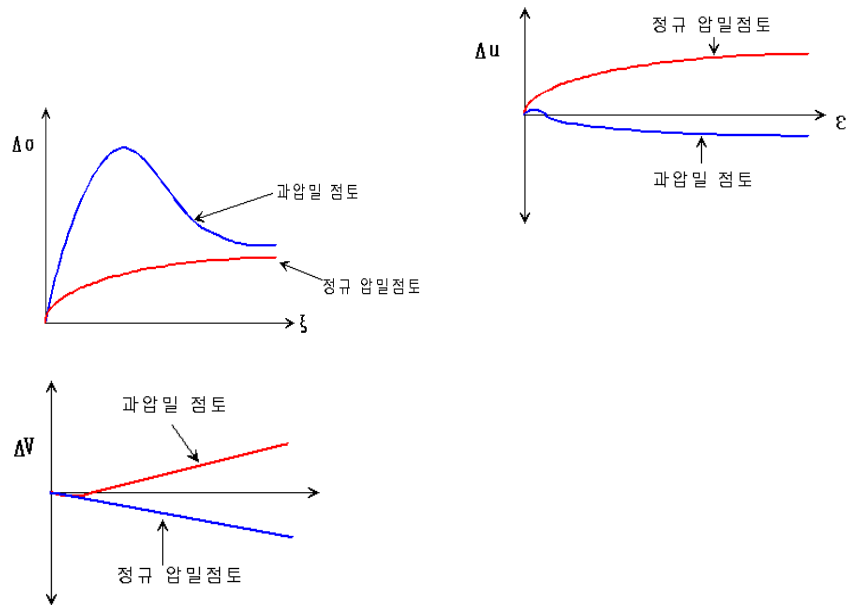
S < 100%일 때 흙속의 공기가 구속응력의 크기에 따라 압축되므로 강도는 증가된다.

◆ 백 프레셔 (back pressure)

- ① 시료를 100% 포화시키기 위하여
- ② 현장의 정수압 조건을 모사하기 위하여

· UU시험의 결과 적용

- $\phi_u = 0$ (비배수조건)
- 시공 직후의 안정 해석시 적용



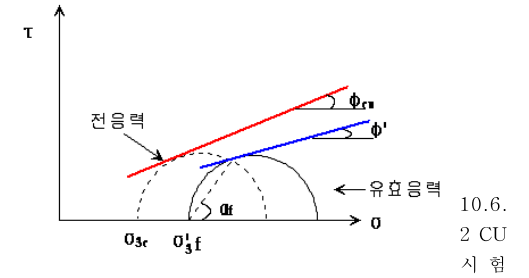
에서 얻는 강도정수

$$\sigma_{1f} = \sigma_c + \Delta\sigma_{af}$$

$$\sigma_{3f} = \sigma_c$$

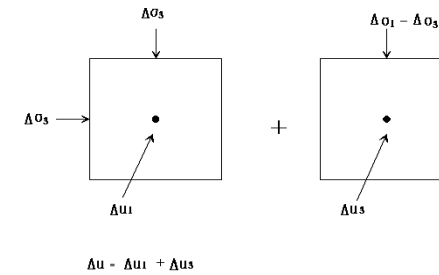
$$\sigma_{1f}' = \sigma_{1f} - \Delta u_f$$

$$\sigma_{3f}' = \sigma_{3f} - \Delta u_f$$



10.6.
2 CU
시험

9.7 간극수압 계수



9.7.1 등방 압축으로 생기는 간극수압

$$\Delta u_1 = B \cdot \Delta \sigma_3$$

- 흙의 전체 체적 변화량(ΔV_v)

$$m_v = \frac{\frac{\Delta V_v}{V_0}}{\frac{\Delta \sigma}{\sigma_1}} \Rightarrow \Delta V_v = m_v \cdot V_0 \cdot \Delta \sigma' = m_v \cdot V_0 (\Delta \sigma_3 - \Delta u)$$

· 간극의 체적 변화량 (ΔV_f)

$$m_f = \frac{\Delta V_f}{n V_0} \cdot \frac{1}{\Delta u}$$

IF) 흙이 완전 포화이면 $m_f \rightarrow$ 물의 체적 변형계수
 흙이 완전 건조이면 $m_f \rightarrow$ 공기의 체적 변형계수

* 흙이 자체의 압축성이 없으므로

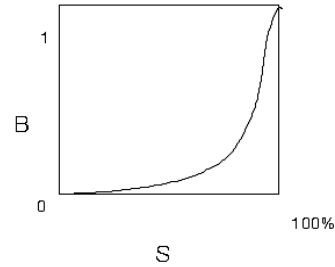
$$\Delta V_v = \Delta V_f$$

$$m_v \cdot V_0 \cdot (\Delta \sigma_3 - \Delta u) = m_f \cdot n \cdot V_0 \cdot \Delta u$$

$$\therefore \Delta u = \frac{m_v}{m_v + n m_f} \cdot \Delta \sigma_3$$

IF) S = 100% 일 때 $m_f \neq 0 \Rightarrow B = 1$

S = 0% 일 때 $m_f \neq \infty \Rightarrow B = 0$



9.7.2 1축압축 일 때에 생기는 간극수압

· 흙 전체 체적 변화량

$$\begin{aligned} \Delta V_v &= \text{축방향 체적 변화량} + \text{횡방향 체적 팽창량} * 2 \\ &= m_v \cdot V_0 (\Delta \sigma_1 - \Delta u) + 2 m_e (0 - \Delta u) \cdot V_0 \\ &= m_v \cdot V_0 \cdot (\Delta \sigma_1 - \Delta u) - 2 m_e \cdot V_0 \cdot \Delta u \end{aligned}$$

· 간극 체적의 변화량 (ΔV_f)

$$\Delta V_v = \Delta V_f$$

$$m_v \cdot V_0 \cdot (\Delta \sigma_1 - \Delta u) - 2 m_e \cdot V_0 \cdot \Delta u = m_f \cdot n \cdot V_0 \cdot \Delta u$$

$$\rightarrow \Delta u = \frac{m_v}{m_v + 2 m_e + n m_f} \cdot \Delta \sigma_1$$

9.7.3 3축 압축 때의 간극수압

$$\Delta u = B \cdot \sigma_3 + D \cdot (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)$$

$$= B \cdot [\Delta \sigma_3 + A \cdot (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)]$$

IF) 3축 시험의 경우 S = 100% 일 때 (B = 1, $\Delta \sigma_3 = 0$)

$$A = -\frac{\Delta u}{\Delta \sigma_1}$$

9.8 응력 경로

· 전응력 응력경로

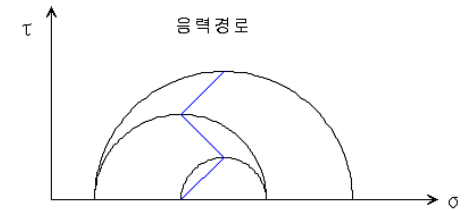
$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

$$q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

· 유효응력 응력경로

$$p' = \frac{1}{2} \cdot [(\sigma_1 - u) + (\sigma_3 - u)] = p - u$$

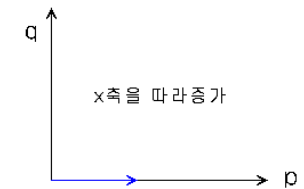
$$q' = \frac{1}{2} \cdot [(\sigma_1 - u) - (\sigma_3 - u)] = q$$



① 등방압축 시험 경우

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

$$q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 0$$



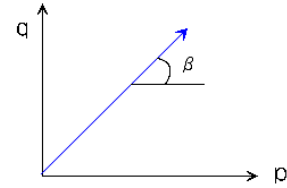
② 압밀 시험 경우

$$\sigma_v = \frac{N}{A}, \quad k_0 = 1 - \sin \phi$$

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{(1 + k_0) \cdot \sigma_v}{2}$$

$$q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{(1 - k_0) \cdot \sigma_v}{2}$$

$$\tan \beta = \frac{\Delta q}{\Delta p} = \frac{1 - k_0}{1 + k_0}$$

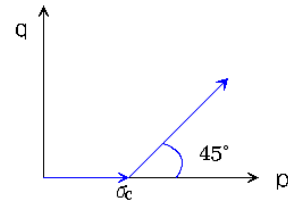


③ 3축 압축시험

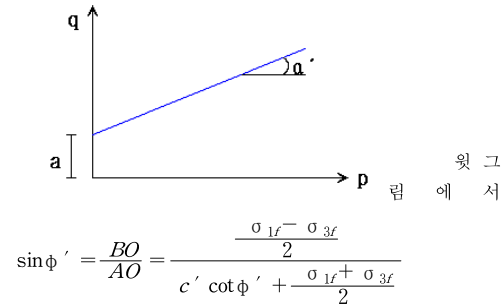
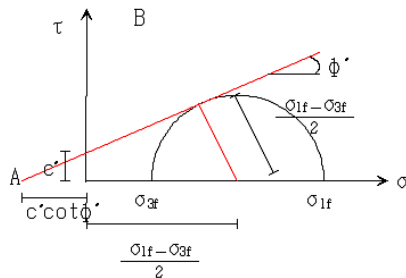
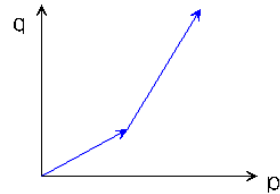
$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{\Delta \sigma_{af}}{2} + \sigma_c$$

$$q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\Delta \sigma_{af}}{2}$$

④ 직접 전단시험 경우



◆ M-C 이론에서....
(c' , ϕ' & a , α' 관계)



$$\Rightarrow \frac{(\sigma_{1f} - \sigma_{3f})}{2} = c' \cdot \cos \phi' + \sin \phi' \cdot \frac{\sigma_{1f} + \sigma_{3f}}{2} - (1) \text{식}$$

$$q = a' + \tan \alpha' \cdot p$$

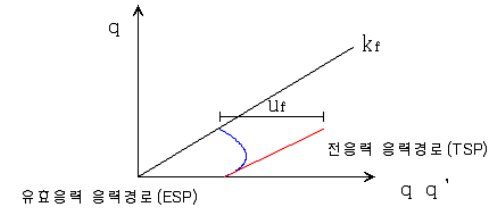
$$\frac{(\sigma_{1f} - \sigma_{3f})}{2} = a' + \tan \alpha' \cdot \frac{\sigma_{1f} + \sigma_{3f}}{2} - (2) \text{식}$$

(1)식과 (2)식을 비교하면

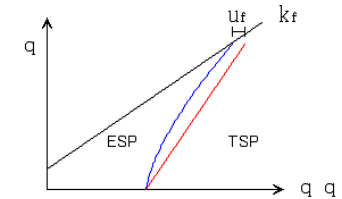
- $a' = c' \cdot \cos \phi'$
- $\tan \alpha' = \sin \phi'$

9.8.1 3축압밀 시험에 대한 응력경로

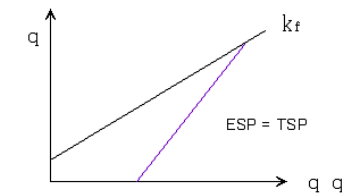
① 정규압밀 점토 경우($c = 0$)



② 과압밀 점토에 대한 CU시험



③ 과압밀 점토에 대한 CD시험



10.9 현장에서의 전단강도의 측정

9.9.1 표준 관입시험

- 1) 교란된 시료채취
- 2) 지반의 상대적 굳기평가

※N치 측정 ~ 63.5kg의 추 해머로 76cm높이에서 자유낙하시켜 sampler가 30cm 관입하는데 걸리는 타격횟수.

◎N치 보정

- 1) 구속압에 대한 보정

$$N_{cor} = C_N \cdot N_f \quad (C_N = \text{보정계수}, N_f = \text{측정치})$$

- 2) 포화된 모래, 실트층에 대한 보정

if) $N > 15$

$$N_{cor} = 15 + \frac{(N_f - 15)}{2}$$

∴ 물의 저항에 의해 과대평가 경향 있음.

- 3) 룯드길이에 대한 보정

$$N_{cor} = N_f \left(1 - \frac{L}{200}\right) \quad (L = \text{룯드길이})$$

∴ 항타에너지 전달손실 때문에(길이가 길수록 에너지가 손실)

◎ 모래지반에 대한 N치와 ϕ 관계

by Peak

$$\phi = 0.3N + 27$$

9.9.2 콘 관입시험

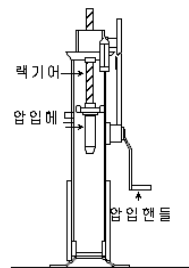
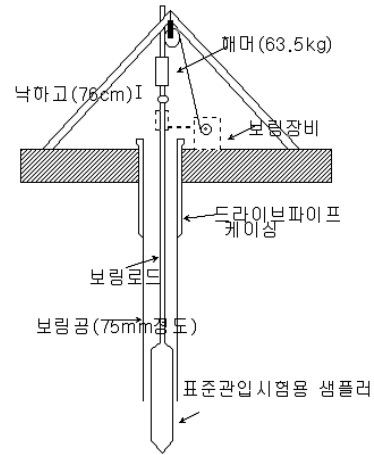
⇒ 연약지반의 상대적 굳기를 평가하는 시험

$$\text{콘관입저항치} \quad q_c = \frac{Q}{A_c}$$

$$\text{경험식: } s_u (= c_u) = (q_c - \sigma'_{vo}) / N_k$$

9.9.3 베인 전단시험

⇒ 연약지반에서 얇은 지층의 전단강도를 측정하기 위하여 개발된 시험



$$T(\text{측정토크}) = M_1 + M_2$$

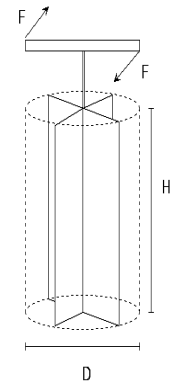
$$M_1(\text{원통면적의 저항모멘트}) = \pi D H \cdot c_{uv} \cdot \frac{D}{2}$$

$$M_2(\text{아래, 위면적의 저항모멘트}) = 2 \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{c_{uv}}{2} \cdot \frac{2D}{3} = \frac{\pi D^3 c_{uv}}{6}$$

$$\rightarrow T = \frac{\pi D^2 H}{2} \cdot c_{uv} + \frac{\pi D^3}{6} \cdot c_{uv}$$

$$\therefore c_{uv} = \frac{T}{\frac{\pi D^2 H}{2} + \frac{\pi D^3}{6}}$$

$$\Rightarrow \text{실험보정식: } s_u = \mu c_{uv}$$



9.10 포장설계에 적용되는 시험

9.10.1 CBR(California Bearing Ratio)

~ 도로 포장시 최적함수비로 다진 흙을 현장의 최악상태로 만들고 관입량을 측정하여 기준값과 비교하는 시험

$$CBR(\%) = \frac{\text{시험단위하중}}{\text{표준단위하중}} \times 100$$

9.10.2 지반반력계수

~ 콘크리트 포장과 같은 강성 포장설계 및 성능을 평가하는 시험

$$k_s = \frac{\sigma}{s} \quad (kg/cm^3) \quad \text{at } s = 0.25cm \text{ or } 0.125cm$$

